

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Гулова Акбара Мирзоевича «Секторное разделение и анализ рождения предельных циклов в негладких динамических системах», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02–Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Многие теоретические и практические задачи приводят к необходимости исследования дифференциальных уравнений с негладкими или разрывными правыми частями. Систематическое построение соответствующей теории восходит к работам Андронова А.А., Баутина Н.Н., Айзермана М.А., Борисовича Ю.Г., Гантмахера Ф.Р., Красносельского М.А., Курцвейля Я., Мышкиса А.Д. и др.. Разработан ряд эффективных методов исследования таких уравнений, изучены многие присущие им теоретические аспекты, рассмотрены различные приложения. В то же время многие задачи, представляющие теоретический и практический интерес остаются малоизученными. Дальнейшее исследование дифференциальных уравнений с негладкими и разрывными правыми частями важно как с теоретической, так и практической точек зрения.

Диссертационная работа Гулова А.М. посвящена исследованию возникновения предельных циклов, секторному разделению и анализу особых точек некоторых классов дифференциальных уравнений с кусочно-линейными правыми частями. Основными объектами исследования являются дифференциальные уравнения вида

$$x'' + ax' + bx = -c|x' + d \cdot x - \lambda|, \quad (1)$$

$$x''' + ax'' + bx' + cx = -d|x'' - \lambda|, \quad (2)$$

где a, b, c, d – вещественные числа, λ – скалярный параметр.

Первая глава диссертации носит вспомогательный характер, в ней приводятся необходимые общие сведения из теории дифференциальных уравнений, теории динамических систем, теории устойчивости и т.д..

Основные результаты диссертации приводятся во второй и третьей главах.

Для уравнения (1), (2) приводятся секторное разделение, классификация фазовых портретов, анализ устойчивости точек равновесия, а также условия возникновения предельных циклов. Теорема 2.1 содержит результаты относительно исследования вопросов о периодических решениях уравнения (2). Теорема 2.4 определяет условия устойчивости этих особых точек. Доказательства этих утверждений потребовало решения ряда нетривиальных задач, сформулированных в виде вспомогательных утверждений.

Важными результатами второй главы является исследования вопросов об

условиях, при которых уравнения (1) и (2) имеют нестационарные периодические решения, в частности имеют предельные циклы. Здесь основные результаты содержатся в теоремах 2.3-2.6. В них приводятся условия устойчивости стационарных решений уравнений (1) и (2), проводится анализ устойчивости точек равновесия, указываются условия, при которых эти уравнения имеют предельный цикл.

Третья глава носит характер приложений. В ней приводятся алгоритмы построения фазовых портретов динамических систем, математические модели которых содержат модульные и кусочно-линейные нелинейности. Эти алгоритмы разработаны на основе теоретических положений, полученных во второй главе диссертации. Приведены программные реализации алгоритмов для некоторых моделей, в частности для уравнений (1) и (2). Алгоритм предусматривает проверку основных условий, численное построение решений и их визуализацию. Приводятся также алгоритм исследования устойчивости и ограниченности решений, а также выявления и построения предельного цикла. Приведен ряд иллюстративных примеров.

Предлагаемые в работе Гулова А.М. качественные и приближенные методы позволяют провести детальное исследование ряда важных с теоретической и практической точек зрения вопросов для дифференциальных уравнений с кусочно-линейными правыми частями. В ней дана полная классификация фазовых портретов таких уравнений, проведено исследование основных свойств точек равновесия, указаны условия существования и единственности предельных циклов, проведен анализ устойчивости решений, исследованы некоторые вопросы о локальных бифуркациях.

Диссертационная работа Гулова А.М. в целом является завершенным научным исследованием, выполненным на актуальную тему. Основной ее научный результат - секторное разделение пространства коэффициентов и классификация фазовых портретов некоторых классов дифференциальных уравнений с кусочно-линейными правыми частями, получение достаточных условий существования предельных циклов, утверждение об устойчивости стационарных точек - является новым и будет полезным при изучении многих задач теории дифференциальных уравнений с негладкими нелинейностями, теории динамических систем, теории нелинейных колебаний и их приложений, при исследовании качественных перестроек динамических моделей. Предложенные в работе алгоритмы и программы построения фазовых портретов в окрестностях особых точек динамических систем с нелинейностями типа модуля будут полезными для специалистов в указанных областях математики и приложениях.

Результаты диссертации целесообразно использовать и продолжить в Московском, Башкирском, Воронежском, Вологодском, Нижегородском, Ярославском государственных университетах, в Таджикском национальном университете, Бохтарском государственном университете, в Институте математики им. А.Д. Джураева АН РТ и других организациях, в которых разрабатываются методы исследования дифференциальных уравнений с негладкими нелинейностями.

Научные положения и выводы диссертации обоснованы, постановка и формулировка задач, доказательства отвечают требованиям математической строгости и выполнены на должном математическом уровне. Диссертация Гулова А.М. оформлена и написана достаточно хорошо, к изложению особых замечаний нет.

Работа демонстрирует достаточно высокий уровень математической культуры автора: свободное владение методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений, методами современной теории динамических систем, теории нелинейных колебаний, функционального анализа и др.

Наряду с этими положительными достоинствами следует отметить некоторые замечания:

1. Первая глава диссертации, имеющая вспомогательный характер, излишне раздута. Материал, приведенный в ней, можно было бы смело сократить без ущерба для диссертации. В частности, это касается приведенных сведений из теории динамических систем, из теории устойчивости и, в особенности, о фазовых портретах линейных уравнений второго порядка.

2. В диссертации не в полной мере аргументирован выбор в качестве основных объектов исследования уравнений вида (1) и (2) (см. Введение).

3. В диссертации и автореферате имеются опечатки и погрешности редакционного характера.

Приведенные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Полученные диссертантом результаты, основные положения исследования и выводы прошли апробацию на научно-практических конференциях и семинарах, в частности в международной конференции Современные методы теории функций и смежных проблем (г. Воронеж 2017г.), в международной конференции по теории функций посвященной 100-летию чл.-корр. РАН СССР А.Ф. Леонтьева (Уфа, 2017г), в международной конференции Математика-Компьютер-Образование (г. Дубна 2018г.), а также в семинарах под руководством чл. корр. АН РТ Э.М. Мухамадиева. Основные результаты диссертации опубликованы в 15 работах соискателя, из которых 4 работы – в периодических научных журналах из перечня рекомендованных

ВАК РТ и РФ.

Автореферат полностью отражает основное содержание диссертационной работы.

В целом, считаем, что диссертационная работа «Секторное разделение и анализ рождения предельных циклов в негладких динамических системах», представленная на соискание ученой степени кандидата наук, удовлетворяет всем требованиям ВАК РТ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор Гулов Акбар Мирзоевич заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры математического анализа
Бохтарского государственного
университета имени Н. Хусрава

Ф.М. Шамсудинов

15.01.2019

Адрес: 735140, Республика Таджикистан, г. Бохтар, ул. Айни, 102, кв 38.
Тел.: моб. (+992) 918-66-70-65; e-mail: faizullo100@yahoo.com



Подпись Ф.М. Шамсудинова заверяю:
Начальник ОК Бохтарского
государственного университета
им. Носира Хусрава



А.Амиршоев