

## ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу Мирзорохимова Муродали Хасанбоевича «Смешанные задачи для волнового уравнения с нелокальными граничными условиями», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление

Разложение по собственным функциям дифференциальных операторов привлекало внимание многих учёных, физиков и математиков. В многомерном пространстве были исследованы некоторые случаи разрешимости волнового уравнения и корректность постановки задач.

Проблемам суммируемости и сходимости разложений по собственным функциям самосопряженных дифференциальных операторов посвящены работы В.А. Стеклова, Н.М. Гюнтера, С.Л. Соболева, Ю.М. Березанского, В.А. Ильина, Е.И. Моисеева, О.А. Ладыженской, Б.М. Левитана, Э.Ч. Титчмарша, К. Фридрихса, Г. Вейля, С.И. Ломова, М. Исмати и других авторов. Однако эти исследования сравнительно мало разработаны для несамосопряженных дифференциальных операторов. Это, прежде всего, относится к спектральному разложению несамосопряжённых операторов, хотя в последние несколько десятилетий по этой проблеме также появилось достаточно много работ.

При исследовании сходимости рядов Фурье по собственным функциям дифференциальных операторов следует существенно различать случаи абсолютной и неабсолютной сходимости. Всюду в дальнейшем в этой работе мы будем рассматривать только абсолютную и равномерную сходимость рядов Фурье.

В том числе исследование этих задач для несамосопряженных дифференциальных операторов в пространстве С.Л.Соболева  $W_2^l$  а также других пространств посвящено, сравнительно мало работ и эта задача не полностью разрешена.

Проблемам абсолютной и равномерной сходимости разложений по собственным функциям одной несамосопряженной краевой задачи и корректной разрешимости первой смешанной задачи для волнового уравнения в трехмерном (не считая время) пространстве посвящена настоящая диссертационная работа.

Поэтому вышеупомянутые проблемы математической физики являются актуальными.

Цель данной работы:

- Исследование абсолютной и равномерной сходимости разложений по собственным функциям одной несамосопряженной краевой задачи для трехмерного уравнения Лапласа;
- Доказательство существования и единственности классического решения сопряженных и несамосопряженных смешанных задач для трехмерного волнового уравнения (не считая время  $t$ );
- Нахождение априорных оценок для решения соответствующих несамосопряженных смешанных задач в различных нормах, из которых в частности следует единственность решения и ее устойчивости.

Диссертация состоит из введения, двух глав, разделённых на параграфы, заключения и списка литературы, включающего 60 наименований. Объём диссертации составляет 93 страниц.

В диссертационной работе получены следующие результаты:

- Найдена последовательность собственных и присоединенных функций одной несамосопряженной краевой задачи для уравнения Лапласа в четырехмерном параллелепипеде (включая время). Доказано, что эта система образует не только ортогональную систему, но и базис Рисса в  $L_2$ ;
- Доказано существование и единственность классического решения сопряженных и несамосопряженных смешанных задач для трехмерного волнового уравнения;
- Результаты пунктов 1-2 перенесены для  $(n > 3)$ -мерной области;
- Доказывается существование и единственность обобщенного решения рассматриваемой смешанной задачи.
- Получены априорные оценки в различных нормах, из которых в частности следует устойчивость решения смешанных задач.

Работа, в основном, имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут применяться в теории разложений по собственным и присоединенным функциям дифференциальных операторов, а также в вопросах о корректной разрешимости краевых и смешанных задач математической физики для самосопряженных и несамосопряженных дифференциальных операторов. Частным случаем рассматриваемых

вопросов являются разложения в  $n$  кратный тригонометрический ряд и их сходимость.

Во введении даётся краткая историческая справка рассматриваемых вопросов, обосновывается актуальность темы диссертации, приводится краткое содержание работы с указанием основных результатов.

Приводим основные результаты диссертации по главам.

В первой главе доказываются существование классического в смысле В.А. Ильина решения несамосопряжённых (нелокальных) смешанных задач для неоднородного волнового уравнения в трехмерном пространстве.

В том числе для трехмерной параллелепипедной области  $D^3 = D \times D \times D, D = (0;1)$  находится последовательность собственных и присоединённых функций нелокальной (несамосопряжённой) задачи для уравнения Лапласа. Здесь же доказываются, что эта система не только образует ортонормированный базис, но и базис Рисса.

Находится представление решения сопряжённой смешанной задачи для однородного волнового уравнения и доказываются теорема существования и единственности для классического решения этой задачи.

Рассматриваются нелокальные смешанные задачи для неоднородного волнового уравнения со стационарной правой частью. Стационарность правой части уравнения, означает, что функция  $f$  от времени  $t$  не зависит.

В второй главе диссертации рассматривается обобщённое решение смешанной задачи для волнового уравнения в трёхмерном пространстве. Здесь же рассматривается вопрос о единственности классического решения. Получены априорные оценки для решения волнового уравнения, из которых, в частности, следует непрерывная зависимость решения смешанной задачи от правой части уравнения в норме пространства  $L_2$ .

Находится решение несамосопряжённой смешанной задачи для волнового уравнения в многомерной области и даётся обоснование метода Фурье для классического решения.

Основные результаты диссертации опубликованы в 7 печатных работах автора. Из них 4 статьи опубликованы в изданиях, входящих в действующий перечень ВАК Республики Таджикистана, а 3 статьи в трудах Республиканских конференций.

Диссертация Мирзорахимова М.Х. представляет собой законченную работу. Все утверждения и результаты диссертационной работы являются новыми и строго доказанными.

Считаю, что диссертационная работа Мирзорахимова Муродали Хасанбоевича «Смешанные задачи для волнового уравнения с нелокальными граничными условиями» отвечает требованиям,



предъявляемым ВАК Республики Таджикистана к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02.- дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный руководитель,  
доктор физико-математических наук  
по специальности 01.01.02- дифференциальные  
уравнения, динамические системы и  
оптимальное управление, профессор,  
профессор кафедры математика в экономике  
Института предпринимательства и сервиса  
Республики Таджикистан



М. Исмати

Место работы: 734055,  
г. Душанбе, проспект Борбад 48/5  
Тел.моб.:(+992) 95-143-98-90  
E-mail:Mismati@mail.ru

Подпись М. Исмати подтверждаю  
Начальник ОК ИПС



М. Вазиров