

## О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию  
Муродова Каримджона Насимовича  
«Среднеквадратическое приближение функций суммами  
Фурье-Бесселя»,  
представленную на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

В диссертационной работе Муродова К.Н. рассмотрены экстремальные задачи аппроксимации, связанные с разложением функций одной переменной в ряды Фурье по ортогональным функциям Бесселя. Хорошо известно, что в прикладных задачах и построении алгоритмов для вычисления специальных функций часто используют аппарат разложения в ряды Фурье-Бесселя, но математически не обосновывают такие разложения, обращая главным образом внимание только на разработку вычислительных алгоритмов. В данной диссертационной работе даётся строгое обоснование разложения таких функций в ряды Фурье-Бесселя, вычислены точные значения верхней грани наилучших приближений различных классов функций, найдены значения  $n$ -поперечников исследуемых классов функций.

В теории аппроксимации для  $2\pi$ -периодических функций справедливы прямые и обратные теоремы, связывающие их обычные модули непрерывности с величиной наилучших приближений этих функций тригонометрическими полиномами. Для непериодических функций нет аналогичных связей между их наилучшими приближениями алгебраическими многочленами.

Полную аналогию с периодическим случаем можно установить, если в таких теоремах обычные модули непрерывности заменять обобщёнными, которые определяются некоторым оператором обобщённого сдвига. Применением таких обобщённых модулей непрерывности доказаны основные результаты первой главы (леммы 1.3.1-1.3.3, теоремы 1.3.1-1.3.2., 1.4.1.-1.4.2., 1.5.1-1.5.2.).

Все полученные результаты являются точными, и в каждом конкретном случае построена экстремальная функция, на которой проверяется точность результата.

На наш взгляд, одним из основных результатов является следующая об-  
щая

**Теорема 1.4.1.** Пусть  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $r \in \mathbb{Z}_+$ ,  $0 < p \leq 2$ ,  $0 < h < 1$ ,  $\varphi$  – неотрицательная измеримая суммируемая на интервале  $(0, h)$  неэквивалентная нулю функция. Тогда справедливо равенство

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\left( \int_0^h \Omega_m^p(\mathcal{D}^r f, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \frac{1}{\left( \int_0^h (1 - (1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{1/p}}.$$

Отметим что в заключительном шестом параграфе первой главы приведе-  
ны некоторые обобщения результатов предыдущих параграфов и найдены  
точные верхние грани наилучших приближений суммами Фурье-Бесселя в  
пространстве  $L_{2,\nu} := L_2([0, 1], x^{2\nu+1} dx)$ ,  $\nu > -1/2$ .

Вторая глава диссертации посвящена нахождению точных значений раз-  
личных  $n$ -поперечников классов функций, вытекающих из результатов тео-  
рем, доказанных в первой главе (теоремы 2.1.1, 2.1.2, 2.2.1, следствия 2.1.1,  
2.1.2, 2.2.1).

Следует отметить, что во второй главе работы, наряду с экстремальной  
задачей отыскания значений  $n$ -поперечников классов функций, одновремен-  
но решена экстремальная задача вычисления точной верхней грани модулей  
коэффициентов Фурье-Бесселя на рассматриваемых классах функций.

Следует отметить, что в диссертации проделана большая, содержатель-  
ная работа. В ней впервые решены экстремальные задачи, связанные с наи-  
лучшим приближением непериодических функций суммами Фурье-Бесселя.  
Диссертантом найдены новые методы решения трудных задач теории прибли-  
жения и на их основе вычислены точные значения  $n$ -поперечников различных  
классов функций, составляющих научную новизну диссертационной работы.

Основные результаты опубликованы в рецензируемых журналах из пе-  
речня ВАК при Президенте Республики Таджикистан, в том числе и в изда-  
ниях, рекомендованных ВАК Российской Федерации, а также доложены на  
различных международных конференциях и семинарах.

Вышесказанное даёт основание считать, что диссертационная работа  
Муродова Каримджона Насимовича «Среднеквадратическое приближе-  
ние функций суммами Фурье-Бесселя», представленная на соискание

учёной степени кандидата физико-математических наук, является научно-квалификационной работой, в которой решены важные задачи, вносящие существенный вклад в теорию приближения функций и её приложения и полностью соответствует требованиям, предъявляемым ВАК при Президенте Республики Таджикистан к кандидатским диссертациям, а её автор - Муродов Каримджон Насимович заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент

кандидат физико-математических наук

по специальности 01.01.01 – вещественный

комплексный и функциональный анализ

доцент, проректор по учебной

работе Таджикского педагогического

института в Раштском районе



Олифтаев Нодир

Фезилобекович

30.08.2019г

Место работы:

734025, Республика Таджикистан,

Гармский городок, ул. Э.Мухиддинова, 63,

Таджикский педагогический институт в Раштском районе

Министерство образования и науки Республики Таджикистан

Телефон: +992 (831) 312 11 01

Веб-сайт: <http://dotr.tj>

E-mail: [nodir.oliftaev@inbox.ru](mailto:nodir.oliftaev@inbox.ru)



Подписи Н.Ф. подтверждаю

Начальник ОК ТПИ в Раштском районе

З. Зокиров