

ШАРҲИ МУХТАСАРА

ба диссертатсияи Раҳмон Пиров дар мавзӯи ”Дар бораи шартҳои ҳамчоягӣ ва ҳалҳои бисёршаклаи баъзе синфҳои системаҳои барзиёдмуайяншудаи муодилаҳои дифференсиалии ҳосилаҳои хусусидор бо якчанд функсияҳои номаълум”, барои дарёфти дараҷаи илмии доктори илмҳои физикаю математика аз рӯи ихтисоси 01.01.02 – муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ, идоракунии оптималӣ.

Вожаҳои калидӣ. Интегралҳои якум, системаи муодилаҳо дар дифференсиали пурра (п.д.-система), теоремаи Фробейниус, системаҳои Якобӣ, муодилаҳои дифференсиалии оддӣ, функсияи аналитикӣ, системаҳои барзиёдмуайяншуда, бисёршаклаи ҳалҳо, шартҳои ҳамчоягӣ, шартҳои пурра интегронидашавандагӣ, баробарии ҳосилаҳои омехта.

Ақтуалӣ будани мавзӯ. Пайдоиши чунин соҳаҳо ба монанди гидродинамика, назарияи чандирӣ ва майдони электромагнитӣ ҳанӯз дар асри XVII дар назди илм омӯзиши назарияи системаҳои барзиёдмуайяншудаи на ин ки аз як номаълум балки ду ва зиёда аз онро гузошт.

Қайд менамоем, ки дар татқиқи ин назария хизмати назаррасро Якоби К.Г., Имшенецкий В.Г., Фробениус Ф.Г., Картан Э.Ж., Фиников С.П., Гайшун И.В. Михайлов Л.Г., Раджабов Н.Р., Муҳамадиев Э.М ва дигарон кардаанд.

Дар даҳсолаҳои охир дар ҳаҷми васеъ системаҳои регуляри дар дифференсиали пурра, ки шакли умумии

$$\frac{\partial U_k}{\partial x_j} = f^{kj}(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_m), \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, m},$$

-ро доштанд ва баъзе системаҳои умумитари квазихаттӣ (п.д.-системаҳо) –ро бо чунин операторҳо омӯхта шуданд. Аз солҳои 1970 бошад, омӯзиши чунин системаҳо дар қорҳои академики АИ РТ Михайлов Л.Г. ва пайравонаш пайдо гаштанд. Новобаста ба ин системаҳои барзиёдмуайяншудаи бисёрномаълумае буданд, ки дар физикаи математикӣ (алалхусус дар назарияи сеченакаи майдон) мақоми муҳимро мебозиданду то солҳои наздик омӯхта нашуда буданд. Аз он ҷумла системаҳои тартиби як ва дуи дуномаълума хеле кам ва системаҳои бисёрномаълума дар ҳамворӣ ва фазо бошанд тамоман омӯхта нашуда аст.

Рисолаи мазкур ба омӯзиши ситстемаҳои барзиёдмуайяншудаи ҳам регуляри ва ҳам комплексӣ бо татбиқҳои дар ҳалли як масъалаи физикаи назариявӣ ва механикаи ҷисмҳои саҳти ёзанда бахшида шудааст.

Мақсади қор. Қорқарди роҳҳо, ошқорсозии шартҳои ҳамчоягӣ ва ёфтани маҷмӯи ҳамаи ҳалҳои системаҳои барзиёдмуайяншудаи муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусии дар қор омӯхташуда, гузориши масъалаҳои ибтидоӣ барояшон ва омӯзиши онҳо.

Методикаи тадқиқот. Метод аз гузариш ба системаҳои шумораи зиёдтари номаълумҳоро дарбаргиранда ва барқароркунии алоқа бо системаи муодилаҳои дифференсиалӣ дар дифференсиали пурра, иборат аст. Амалӣ гардонидани чунин метод нисбати системаҳои ғайрихаттӣ имконият дод, ки даставвал онҳоро ба системаҳои квазихаттӣ оварда баъдан то ба системаҳои муодилаҳои дифференсиалӣ бо дифференсиали пурра расонем.

Навгониҳои илмӣ. Дар рисола як қатор классҳои системаҳои барзиёдмуайяншудаи хаттӣ, квазихаттӣ ва ғайрихаттӣ (ҳам ҳақиқӣ ва ҳам комплексӣ)-и муодилаҳои дифференсиалии тартиби як, ду ва се номаълумадор омӯхта шудаанд, ки то ҳоло тадқиқ нагардида буданд. Натиҷаҳои қор нав буда, ба қисми муҳимтаринҳои инҳоро дохил намудан мумкин аст:

-барқароркунии шартҳои ошқори ҳамчоягӣ ва исботи теоремаҳои мавҷудият ва ягонагии ҳалли масъалаи Коши барои системаҳои (ҳақиқӣ ва комплексӣ) хаттӣ, квазихаттӣ ва ғайрихаттӣ муодилаҳои дифференсиалии тартиби як бо ҳосилаҳои хусусии аз ду ва се номаълум вобаста дар ҳамворӣ ва фазо;

-ёфтани шартҳои ошкори ҳамҷоягии ягонагии ҳалро бо шартҳои ибтидоӣ барои системаҳои тартиби дуи як ва дуномаълума (дар ҳамворӣ ва фазои сеченака) таъминкунанда;

-дар асоси натиҷаҳои назариявии ёфташуда ҳалли умумии масъалаи асосии назарияи майдон ва масъалаи мушаххас аз механикаи ҷисмҳои саҳти ёзанда ҳал карда шудааст.

Аҳамияти амалӣ ва назариявӣ. Натиҷаҳои дар қор гирифташуда бо дараҷаи зиёд характери назариявӣ дошта асосан дар инкишофи минбаъдаи ҳуди назарияи муодилаҳои дифференциалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ, ҳалли масъалаҳои гидродинамика, динамикаи газҳо, назарияи умумии майдон, назарияи чандирӣ ва дигар қисмҳои механику физика истифода бурда мешаванд.

Дар қор ҳалли мушаххаси масъалаҳо аз механикаи ҷисми саҳти ёзанда (МҶСЁ), ки ҳангоми тадқиқи масъала доир ба татбиқи равандҳои соддаи ёзиш дар ҷисм пайдо мегарданд (махсусан барои таъмини саҳеҳияти физикии синфи васеи татбиқшавандагии моделҳои математикӣ ва ҳалли масъалаҳои чандирӣю часпандагӣ муҳими дар ҳисоби замимаҳои лоиҳакашӣ ва технологӣ васеъ истифодашаванда), оварда шудаанд. Ба таври кифоя роҳҳои ҳалли гуногуни сермаҳсул, ва ошқор пешниҳод шудааст, ки имкониятҳои амалисозии раванди ёзишро аз МҶСЁ васеъ мекунад (ин пеш аз ҳама ба синфи пурраи раванди ёзишро дарбаргиранда тааллуқ дорад: ёзиши ҳамвор, идомаи соддаи раванди ёзиши ҳамвори ҳолати ёзиш тавассути бақайдгирӣ дар тирӣ ёзиш).

РЕЗЮМЕ

диссертации Рахмона Пирова на тему ” Об условиях совместности и многообразиях решений некоторых классов переопределённых систем уравнений в частных производных с несколькими неизвестными функциями ”, представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление

Ключевые слова. Первые интегралы, система в полных дифференциалах (п.д.-система), теорема Фробениуса, якобиевы системы, обыкновенные дифференциальные уравнения, аналитическая функция, переопределённые системы, многообразия решений, условия совместности, условия полной интегрируемости, равенства смешанных производных.

Актуальность темы. Появление таких разделов науки как гидродинамика, теория упругости и теория электромагнитного поля, ещё в позапрошлом веке привело к необходимости изучения переопределённых систем уравнений в частных производных, не только с одной, но также с $n = 2$, $n = 3$ и более неизвестных функций.

В известной монографии Э. Гурса [E. Goursat, Lecons sur l’integration des equations aux derives partielles du premier ordre, Paris, 1921, 454p] изучались переопределённые системы уравнений в частных производных первого порядка с одной неизвестной функцией.

Следует отметить, что заметный вклад в эту теорию внесли Якоби К.Г., Имшенецкий В.Г., Фробениус Ф.Г., Картан Э.Ж., Фиников С.П., Гайшун И.В. Михайлов Л.Г., Раджабов Н.Р., Мухаммадиев Э.М. и др.

В последние десятилетия достаточно широко изучались регулярные системы в полных дифференциалах, в общем случае записываемые в виде

$$\frac{\partial U_k}{\partial x_j} = f^{kj}(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_m), \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, m},$$

а также более общие квазилинейные системы (п.д.- системы) с такими операторами.

Начиная с 1970 года ряд классов таких переопределённых систем стал изучаться в

работах академика АН РТ Михайлова Л.Г. и его последователями.

Однако, целый ряд переопределённых систем, со многими неизвестными, которые могут иметь немаловажное значение в математической физике (особенно в трёхмерной теории поля), не были изучены до недавнего времени.

Тем не менее оставались мало изученными переопределённые системы первого и второго порядка с двумя и вообще не изученными с тремя и более неизвестными функциями на плоскости и в пространстве.

Предлагаемая диссертационная работа посвящена изучению ряда переопределённых систем первого и второго порядков как вещественных, так и комплексных, как с одной, так и с несколькими неизвестными функциями, а затем ещё и некоторых систем второго порядка с конкретными их применениями в теоретической физике и в механике деформируемого твёрдого тела.

Цель работы. Разработка способов, выявление условий совместности и нахождения многообразий решений всех исследуемых в работе переопределённых систем уравнений в частных производных; постановки задач с начальными данными для них и изучение их разрешимости.

Методика исследования. Метод состоит в переходе к системам с большим числом неизвестных функций и в установлении связей с системами в полных дифференциалах. Применяя подобные методы к рассматриваемым нелинейным системам, приводим их к квазилинейным системам и далее пополняем до систем в полных дифференциалах.

Научная новизна. В диссертации исследован ряд классов переопределённых линейных, квазилинейных и нелинейных систем (как вещественных так и комплексных) дифференциальных уравнений в частных производных первого и второго порядков с одной, двумя и тремя неизвестными функциями, которые до сих пор не были изучены. Результаты, полученные в работе, являются новыми. К наиболее важным из них относятся:

- установление явных условий совместности и доказательства теорем существования и единственности решений задачи Коши для указанных линейных, квазилинейных и нелинейных переопределённых систем уравнений первого порядка (как вещественных, так и комплексных) в частных производных с двумя либо тремя неизвестными функциями;

- получение явных условий совместности, обеспечивающих однозначную разрешимость задачи с начальными данными для систем второго порядка с одной либо с двумя искомыми функциями на плоскости и трёхмерном в пространстве;

- на основе полученных теоретических результатов найдено общее решение основной задачи теории поля и решена конкретная задача из механики деформируемого твёрдого тела

Практическая и теоретическая значимость. Полученные в работе результаты в значительной степени носят теоретический характер, служат основой для дальнейших теоретических исследований как в области дифференциальных уравнений в частных производных, так и для решения задач гидродинамики, газовой динамики, общей теории поля, теории упругости и пластичности и других разделах механики и физики. В работе приведено решение конкретной задачи Коши из механики деформируемого твёрдого тела (МДТТ), возникающей при исследовании вопроса о реализуемости в теле простых процессов деформации (крайне важных для обеспечения физической достоверности широкого класса реализуемости математических моделей и решений задач пластичности и вязкой упругости, наиболее широко применяемых в приложениях к конструкторской и технологическим расчетам). Выявлены достаточно богатые многообразия решений, существенно расширяющие возможности реализации процессов деформации из МДТТ. (Это прежде всего относится охватывающий целые классы процессов деформации: плоская деформация, простое продолжение процесса плоской деформации деформированного состояния с фиксированными в теле осями деформации).

SUMMARY

Rakhmon Pirov's dissertation on the subject "Conditions of compatibility and varieties of solutions of certain classes of overdetermined systems of partial differential equations with several unknown functions", submitted for the degree of Doctor of Physical and Mathematical Sciences, specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems, optimal control.

Keywords. First integrals, a system in complete differentials (pd-system), Frobenius theorem, Jacobian systems, ordinary differential equations, analytic function, redefined systems, solution manifolds, compatibility conditions, complete integrability conditions, and equal mixed derivatives.

Actual of the topic. The appearance of such branches of science as hydrodynamics, Theo - elasticity and the theory of the electromagnetic field, even in the nineteenth century led to the need to study the overdetermined systems of partial differential equations, not just one, but also with $n = 2, n = 3$ and more unknown functions.

In the well-known monograph E. Goursat with a [E. Goursat, Lecons sur l'integration des equations aux derives partielles du premier ordre, Paris, 1921, 454p] studied overdetermined systems of partial differential equations of the first order with one unknown function.

It should be noted that a significant contribution to this theory have made Jacobi KG, Imshenetskiy VG, FG Frobenius, Cartan E.ZH., Finicov, Gaishun IV Mikhailov LG, Radjabov NR, Muhamadiev EM and etc.

In recent decades, regular systems in complete differentials, in the general case written in the form

$$\frac{\partial U_k}{\partial x_j} = f^{kj}(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_m), \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, m},$$

and also more general quasilinear systems (pd-systems) with such operators.

Since 1970 a number of classes of such overdetermined systems have been studied in the works of Academician of the Academy of Sciences RT Mikhailov LG. and its successors.

However, a number of overdetermined systems with many unknowns, which can be of great importance in mathematical physics (especially in three-dimensional field theory), have not been studied until recently.

Nevertheless were poorly known first and second order overdetermined systems with two and generally not studied with three or more unknown functions in a plane and in space.

The proposed thesis is devoted to the study of a number of overdetermined First and second order systems, both real and complex, both with one and several unknown functions, and then also with some second-order systems with their concrete applications in the theory and in the mechanics of a deformable solid.

Objective. Development of methods, identification of compatibility conditions and finding the varieties of solutions of all redefined systems of partial differential equations studied in this paper; the formulation of problems with initial data for them and the study of their solvability.

Methods of research. The method consists in the transition to a system with greater numbers of unknown functions and in establishing connections with systems in full differential. Applying similar methods to the nonlinear systems under consideration, we bring them to quasilinear systems and then replenish them up to systems in complete differentials.

Scientific novelty. In the thesis a studied a number of classes of overdetermined linear and quasilinear, nonlinear systems (real and complex) differential equations and partial derivative the first and second order with one, two and three unknown functions that have not been studied so far. The results obtained in the work are new. The most important of them are:

-established of explicit compatibility conditions and proofs of existence and uniqueness

theorems for solutions of the Cauchy problem for specified linear, quasilinear and nonlinear overdetermined systems of first order equations (both real and complex) in partial derivatives with two or three unknown functions;

- Obtaining explicit compatibility conditions ensuring unambiguous resolution The problem with initial data for second order systems with one or two desired functions on the plane and in three-dimensional space;

-based Obtaining's theoretical results found a common solution to the basic problem of field theory and solve the specific task of the mechanics of deforming my solid body

Practical and theoretical significance. The results obtained in the work are largely theoretical in nature and serve as the basis for further theoretical studies both in the field of differential partial differential equations, and for solving problems of hydrodynamics, gas dynamics, general field theory, the theory of elasticity and plasticity, and other branches of mechanics and physics. The solution of a particular Cauchy problem from the mechanics of a deformable solid body (MDSH) arising in the study of the feasibility in the body of simple deformation processes is presented (extremely important for ensuring the physical reliability of a wide class of reliability of mathematical models and solutions of problems of plasticity and viscous elasticity, the most widely used in the appendices to the design and technological calculations) · Sufficiently rich varieties of solutions have been discovered that significantly expand the possibilities for the realization of deformation processes from MDTT. (This applies primarily covering entire classes of deformation processes plane deformation, a simple continuation of the plane strain state deformation process the body with fixed axes of deformation).