ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу Зиёмидинова Баходура Мирзомидиновича «О нормальной разрешимости систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений в пространствах Степанова», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Одной из актуальных проблем качественной теории систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений является исследование вопросов разрешимости, нормальной разрешимости и нётеровости таких уравнений в пространствах функций, определенных на неограниченном промежутке и удовлетворяющих тем или иным условиям.

Диссертационная работа Зиёмидинова Б.М. посвящена исследованию систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$Ly \equiv y^{(m)} + A_1(t)y^{(m-1)} + \cdots + A_m(t)y = f(t), \quad t \geq 0, \tag{1}$$

в функциональных пространствах Степанова. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Глава 1 состоит из трёх параграфов. В первом параграфе приводятся необходимые определения, обозначения и некоторые сведения из теории функциональных пространств и линейных операторов, которые в дальнейшем используются в диссертации. Во втором и третьем параграфах рассматриваются функциональные пространства Степанова S_p^m. Здесь приводятся ряд важных и нужных свойств таких пространств и их элементов.

Глава 2 посвящена исследованию систем вида (1) на конечном отрезке с локально интегрируемыми коэффициентами и правой частью. В §1 этой главы установлены вспомогательные неравенства. В §2 рассматриваются системы вида

$$x' = A(t)x + g(t), \tag{2}$$

где все столбцы матрицы $A(t)$ и вектор-функция $g(t)$ принадлежат пространству $L_{1,loc}(a,b)$. Для последовательности задач Коши для систем вида (2) установлена равномерная сходимость соответствующих решений на каждом отрезке из интервала (a,b). В параграфах 3 – 5 рассматривается система уравнений вида (1) на отрезке [0, 1] в предположении, что столбцы матриц $A_j(t)$ и вектор-функция $f(t)$ принадлежат пространству $L_1[0,1]$. В третьем и четвертом параграфах установлены априорные оценки следующих видов

$$\|x\|_{C^{m-1}[0,1]} \leq M_1\big(\|x\|_{L_1[0,1]} + \|f\|_{L_1[0,1]}\big),$$

$$\left\|x^{(m)}\right\|_{L_1[0,1]} \leq M_2\big(\|x\|_{L_1[0,1]} + \|f\|_{L_1[0,1]}\big)$$

с постоянными M_1 и M_2, зависящими лишь от постоянной $M_0 = \sum_{j=1}^{m}\int_0^1 \left|A_j(t)\right| dt$. В §5 рассматривается последовательность систем $L_k x = f_k$ вида (1) с равномерно ограниченными в $L_1[0;1]$ коэффициентами и правыми частями. Показано, что если $m \geq 2$, коэффициенты и правые части этих систем интегрально сходятся и последовательность соответствующих решений сходится в среднем к некоторой функции, то эта функция почти всюду совпадает с некоторым решением предельной системы.

В главе 3 исследуются вопросы разрешимости и нормальной разрешимости систем вида (1) в пространствах Степанова. Предполагается, что столбцы матриц $A_j(t)$ и вектор-функция $f(t)$ принадлежат пространству $L_{1,loc}[0,+\infty)$. В §1 приведены основные леммы и необходимые неравенства, используемые в последующих параграфах. В §2 исследуется система (1) в пространстве S^m. В частности, установлено, что везде разрешимость, нормальная разрешимость и наличие априорных оценок для решений системы (1) эквивалентны, а также показано, что $D(L) = S^m$ и оператор $L: S^m \to S$ является непрерывным. В §3 получены условия, при выполнении которых справедлива априорная оценка вида

$$\|x\|_{C^{m-1}(-\infty,+\infty)} \leq M_1\left(\|Lx\|_S + \sum_{i=0}^{m-1}\left|x^{(i)}(0)\right|\right), \qquad x \in S^m.$$

В §4 уравнение (1) сводится к системе первого порядка вида

$$u' + A(t)u = F(t), \quad 0 \leq t < \infty \tag{3}$$

и установлена теорема об эквивалентности задач о нормальной разрешимости уравнения (1) и системы (3) в соответствующих пространствах Степанова. В §5 вводятся понятия предельных решений и предельных уравнений для системы (3) в случае, когда коэффициенты $A_j(t)$ принадлежат пространству Степанова. На языке решений предельных уравнений сформулированы необходимые и достаточные условия везде в пространстве S^1 разрешимости системы (3). В §6 изучается система (1) при условии, что столбцы коэффициентов принадлежат пространству S_p, $p > 1$. Установлены утверждения, аналогичные утверждениям второго параграфа.

В целом в диссертационной работе получены важные результаты, представляющие научный интерес. Эти результаты могут быть применены при исследовании краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с неограниченными коэффициентами и задач о разрешимости в пространствах функций, определенных в неограниченных промежутках.

Диссертационная работа отвечает всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к кандидатским диссертациям и её автор Зиёмидинов Б.М. заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный руководитель,
доктор физико-математических наук
(специальность 01.01.02 – дифференциальные
уравнения, динамические системы и оптимальное управление)
Таджикский государственный университет права, бизнеса и политики
735700, Республика Таджикистан, г. Худжанд, 17 мкр-н, д. 1.
Тел. +992927159021, e-mail: baisat54@rambler.ru
профессор кафедры математических дисциплин
и современного естествознания Байзаев С.

ШУЪБАИ КАДРХО ВА КОРХОИ МАХСУС

ЗАВЕРЯЮ ПОДПИСЬ д.ф.м.н.
Байзаева С.
НАЧАЛЬНИК ОТДЕЛА КАДРОВ
Ходжаева Т.А.